

В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, д.т.н., ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси, г. Гомель

Н.Н. ИШИН, к.т.н., ОИМ НАН Беларуси, г. Минск

А.М. ГОМАН, к.т.н., ОИМ НАН Беларуси

В.Ф. ХИЖЕНОК, к.т.н., доцент ГГТУ им. П.О. Сухого, г. Гомель

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ ПЛАСТМАССОВЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С СИММЕТРИЧНЫМ И АСИММЕТРИЧНЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБЬЕВ

На прикладі приводу пристроїв побутової техніки розглядається ефективність вживання пластмасових зубчатих коліс з асиметричним профілем зубців.

As an example of household appliance drive efficiency of using plastic gears with asymmetric teeth is considered.

Постановка задачи. Идея использования несимметричных профилей зубьев (далее – установившийся в практике термин "асимметричный профиль"), получила широкое применение в практике проектирования зубчатых передач. На первом этапе, аналогично расчету зубчатых колес с симметричным исходным контуром, рассчитываются параметры зацепления зубцов, на втором – обычно производится расчет параметров унифицированного производящего реечного контура для пары сопряженных колес. В отдельных случаях назначают параметры индивидуальных реечных контуров для каждого из колес передачи. Преимуществом зубчатых передач с асимметричным профилем зубьев является увеличение угла зацепления по рабочим профилям (за счет уменьшения угла зацепления по нерабочим профилям) и возможность существенного увеличения коэффициента перекрытия.

В настоящей работе, на примере трехступенчатого привода электромясорубки с пластмассовыми зубчатыми колесами, дается сравнительный анализ расчетных напряжений для колес с симметричным и асимметричным профилем зубьев.

Литературный обзор. Реализация концепции асимметричных зубьев достигается как применением специальных исходных контуров, так и посредством проектирования зубчатых передач в системе обобщающих параметров. Особенности проектирования и реализации передач с асимметричными зубьями посредством использования специальных исходных контуров рассматривались в работах [1-3]. В работе [1] предлагаются простейшие расчетные формулы для прямозубых колес, аналогичных используемым при расчете передач со стандартным исходным контуром по ГОСТ 16532, в работе [2] – рассматривается более общий случай – косозубые колеса и несимметричный профиль производящей рейки с модификациями головок зубьев прямой ли-

нией и дугой окружности. Приводятся формулы для расчета измерительных размеров – для контроля прямых зубьев кромочным зубомером – номинальных S_y и h_{ay} [1] и с учетом допусков [2]; размера по роликам – номинального [1] и с учетом вышеуказанных модификаций и допусков [2, 3].

Для передач с асимметричными зубьями предлагается обобщенный исходный контур (ОИК) [4, 5], причем это понятие в совокупности с тангенциальным смещением путем изменения толщины зубьев за счет ширины впадины и радиального смещения исходного контура, является предпосылкой для создания обобщенной теории (ОТ) геометрического расчета эвольвентных зубчатых передач, в которой совмещаются положения как традиционной теории (ТТ), так и теории обобщающих параметров (ТОП). Подтверждением концепции обобщенности предлагаемой теории является общность расчетных зависимостей, которые можно преобразовать в частном случае для расчета передач с равноделенным исходным контуром и симметричным профилем зуба по ГОСТ 16532.

Универсальность предлагаемого подхода реализуется за счет использования в ТОП неравноделенных исходных контуров с асимметричными профилями, причем геометрия передачи определяется восемью (в отличие от четырех в ТТ) независимыми параметрами, в результате чего появляется возможность формирования семи разновидностей зубчатых колес (двухсторонне смещенных с разным сочетанием радиального x и тангенциального x_t смещения, радиально и тангенциально смещенных с разным соотношением x и x_t , равными или не равными нулю). Из указанных колес можно синтезировать девять разновидностей передач (для каждого из вариантов $a_w=a$; $a_w>a$ и $a_w<a$ по три типа – без-, равно- и равновесно смещенные при $a_w=a$ и двухсторонне, радиально и тангенциально смещенные при $a_w\leq a$).

Как и для передач, спроектированных в системе обобщающих параметров, этот подход обеспечивает расширение области существования эвольвентного зацепления с повышением несущей способности передачи за счет реализации высоких показателей угла зацепления и коэффициента перекрытия.

При проектировании передач с асимметричным профилем зубьев в системе обобщающих параметров первоначально использовали способ представления несимметричных зубцов, составленных из двух половин симметричных зубцов, совмещенных по общей оси симметрии, при этом эффект асимметрии зацепления, как отмечается в работах [6-8] использовался не полностью (способ А). В работе [9] рассматривается другой способ формирования площадки на окружности вершин, при котором вводится понятие коэффициента асимметрии $k = d_b^* / d_b > 1$ (d_b^* – основной диаметр нерабочего профиля, d_b – то же рабочего профиля: $d_b^* > d_b$), и коэффициент рабочего участка начального шага $\kappa = (S_1 + S_2) / p_w$, показывающего, какая часть профилей контактирующих зубцов используется для передачи вращения. Для способа А $\kappa=0,5$ (при заостренных зубьях) и необходимая толщина зубьев на окружности вершин формируется полностью за счет нерабочих половин зубцов. В зацеплении,

построенном по способу Б, появляется возможность варьировать величиной коэффициента κ , который может быть больше или меньше 0,5, а в предельном случае, при заострении, можно получить κ , близкий к единице^{*)}. Показано [9], что возможны два варианта построения области существования передачи: при κ , $m_{a1,2}=\text{const}$ или при κ , $\kappa^*=\text{const}$ (κ^* – коэффициент нерабочего участка начального шага), причем в первом варианте заданы m_{a1} и m_{a2} , во втором – коэффициент суммарного относительного притупления зубцов $\kappa_a=1-(\kappa+\kappa^*)$, что позволяет варьировать величинами m_{a1} и m_{a2} , с целью, например, достижения равнопрочности на изгиб зубьев шестерни и колеса.

Развитие и обобщение разработанной Э.Б. Вулгаковым системы обобщающих параметров с выходом на современный уровень ее представления в виде компьютерных программ и организации процесса автоматизированного проектирования связано с именем его ученика и последователя А.Л. Капелевича, развивающего это направление под общим брендом *"Direct Gear Design"* [8].

В системе *"Direct Gear Design"* используется метод автоматизированного проектирования эвольвентной зубчатой передачи с оптимальными параметрами, отвечающим требованиям технического задания на проектирование, посредством представления области существования (зоны возможных конструктивных решений) передачи с асимметричным профилем зубьев в виде блокирующего контура в системе координат v_1 и v_2 . Зона существования строится для пары зубчатых колес с числами зубьев z_1 и z_2 , с заданными коэффициентом асимметрии k и коэффициентами толщины зуба на вершине $m_{a1} = m_w/d_{b1}$ и $m_{a2} = m_w/d_{b2}$.

После того как в системе *"Direct Gear Design"* полностью определены параметры профилей эвольвентных зубцов, производится оптимизация параметров переходной кривой (галтели), с использованием [10, 11]:

- стохастического (вероятностного) метода расположения точек галтели, обеспечивающего минимизацию изгибных напряжений;
- тригонометрических функций для аппроксимации галтели;
- метода конечных элементов для расчета напряжений.

Оптимизированная переходная кривая обеспечивает минимизацию радиального зазора, исключает интерференцию профилей, благодаря образованию максимальных радиусов кривизны на всей переходной кривой происходит распределение изгибных напряжений на большом участке переходной кривой, достигается существенное снижение концентрации напряжений.

В одной из последних версий *"Direct Gear Design"* [12] рассматривается вариант автоматизированного проектирования, в соответствии с которым, наряду с традиционным этапом – созданием области существования эвольвентного зацепления пары колес с числами зубьев z_1 и z_2 , относительной толщиной на вершине зубьев $m_{a1,2} = m/d_{b1,2}$ и коэффициентом асимметрии k , предусмотренный процесс предварительной оптимизации переходной галтели по эллипсу, в результате чего обеспечивается оперативный поиск приемлемого ва-

рианта передачи, для которой затем, по вышеописанной процедуре, производится окончательная оптимизация галтели.

Таким образом, оператор имеет возможность выбрать в пределах области существования передачи с заданными z_1 и z_2 , пару сопряженных зубчатых колес, с зубцами определенной геометрии, определить параметры зацепления, умножая единичные параметры из области существования на масштабный коэффициент (модуль или диаметральный питч), оценить соответствие качественных показателей и служебных свойств заданным параметрам проектирования, а затем рассчитать оптимальные параметры переходной кривой.

В результате реализации оптимального варианта передачи по системе *"Direct Gear Design"* (с асимметричными зубьями, коэффициентом перекрытия больше двух и оптимизированной по вышеуказанной схеме переходной кривой) существенно снижаются изгибные и контактные напряжения (таблица 1) [11].

Таблица 1 – Сравнение параметров передач, спроектированных по традиционной схеме и по системе *"Direct Gear Design"* ($m=3\text{мм}$; $z_1=27$, $z_2=49$, $\alpha_0=25^\circ$; $b_w=30\text{мм}$; $T_1=300\text{ Н}\cdot\text{м}$ [11])

Параметр	Исходный реечный контур с профильным углом $\alpha=25^\circ$ и полностью скругленной впадиной	Метод <i>"Direct Gear Design"</i> , асимметричные зубья, коэффициент перекрытия больше двух
Рабочий угол зацепления α_w	25	24
Нерабочий угол зацепления α_w^*	25	16
Коэффициент перекрытия ε_α	1,5	2,05
Контактные напряжения σ_H , МПа	976	777
Разница %	-	-21
Изгибные напряжения σ_{Fz} , МПа	196*/198	130/128*
Разница %	-	-35

Примечание: * – над чертой – для шестерни, под чертой – для колеса

Алгоритм расчета передачи с асимметричными профилями зубьев.

Ниже дается краткое изложение алгоритма расчета зубчатой передачи с асимметричными зубьями по источнику [13].

Для рабочего профиля принимается больший угол давления, для нерабочего – меньший. Принимаются индексы: для рабочего профиля – d (по принятому индексу в англоязычной литературе – drive flank), для нерабочего – c (course flank).

Асимметричный эвольвентный зуб образуется двумя эвольвентами от различных основных окружностей d_{bc} и d_{bd} и ограничивается диаметром вершин d_a и переходной кривой, формируемой исходя из условия минимизации изгибных напряжений и приемлемого радиального зазора, рисунок 1:

^{*)} Способ построения профилей защищен а.с. 1060839, Б.И. №46. 1983.

$$\nu_d = \arccos(d_{bd}/d_\Delta), \quad \nu_c = \arccos(d_{bd}/d_\Delta). \quad (1)$$

Коэффициент асимметрии k (для симметричных зубьев $k=1$)

$$k = d_{bc}/d_{bd} = \cos \nu_c / \cos \nu_d = \cos d_{bc} / \cos d_{bd}. \quad (2)$$

Профильные углы на диаметре d_a

$$d_{ad} = \arccos(d_{bd}/d_a), \quad d_{ac} = \arccos(d_{bc}/d_a). \quad (3)$$

Коэффициент толщины зубьев на вершине

$$m_a = S_a/d_{bd} = [\text{inv } \nu_d + \text{inv } \nu_c - \text{inv } d_{ad} - \text{inv } d_{ac}] / 2 \cos m_a. \quad (4)$$

Коэффициент m_a выбирают в пределах $(0,25 \dots 0,4)/z$. Увеличение m_a ведет к уменьшению коэффициента перекрытия. На рисунке 2 – схема зацепления зубчатых колес с асимметричными зубьями.

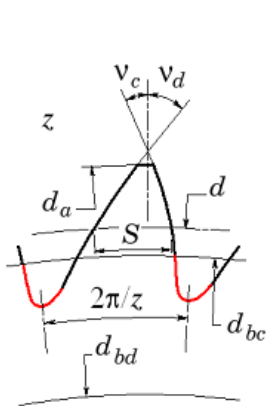


Рисунок 1 – Профиль асимметричного зуба в обобщающих параметрах [13]

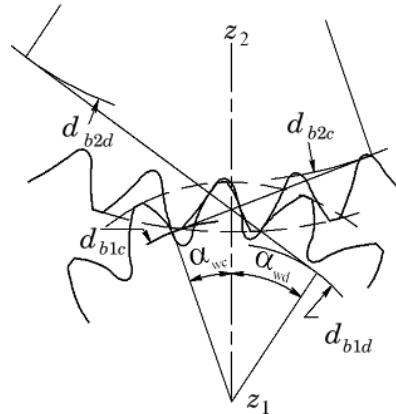


Рисунок 2 – Схема зацепления зубьев шестерни и колеса с асимметричными зубьями [13]

Углы зацепления α_{wd} и α_{wc} находят из (5) с учетом (2):

$$\text{inv } \alpha_{wd} + \text{inv } \alpha_{wc} = [\text{inv } \nu_d + \text{inv } \nu_c + u(\text{inv } \nu_{2d} + \text{inv } \nu_{2c}) - 2\pi/z_1](1+u). \quad (5)$$

Коэффициент перекрытия

– для рабочей стороны зуба

$$\varepsilon_{ad} = z_1 [\text{tg } \alpha_{a1d} + u \text{tg } \alpha_{a2d} - (1+u) \text{tg } \alpha_{wd}] / 2\pi; \quad (6)$$

– для нерабочей стороны зуба

$$\varepsilon_{ac} = z_1 [\text{tg } \alpha_{a1c} + u \text{tg } \alpha_{a2c} - (1+u) \text{tg } \alpha_d] / 2\pi. \quad (7)$$

Во избежание интерференции углы давления в нижних точках нерабочей стороны зуба (как наиболее чувствительные) должны быть больше или равны 0:

– для шестерни

$$\text{tg } \alpha_{p1c} = (1+u) \text{tg } \alpha_c - u \text{tg } \alpha_{p2c} > 0; \quad (8)$$

– для колеса

$$\text{tg } \alpha_{p2c} = (1+u) \text{tg } \alpha_c / u - \text{tg } \alpha_{a2c} / u > 0. \quad (9)$$

Углы давления в нижних точках контакта для рабочей стороны равны

$$\text{tg } \alpha_{p1d} = (1+u) \text{tg } \alpha_d - u \text{tg } \alpha_{p2d}; \quad \text{tg } \alpha_{p2d} = (1+u) \text{tg } \alpha_d / u - \text{tg } \alpha_{a2d} / u. \quad (10)$$

При синтезе передачи из колес с асимметричными зубьями и параметров производящей рейки исходными данными являются: числа зубьев пары колес z_1 и z_2 при наличии блокирующего контура и коэффициенты толщины зубьев на вершине S_{a1}^* и S_{a2}^* , которые можно взять как точку на блокирующем контуре. Координаты точки соответствующие передаче с углами рабочего профиля на диаметре вершин α_{a1d} и α_{a2d} и масштабный коэффициент, такой как модуль m_w или межосевое расстояние a_w , полностью описывают геометрию передачи.

При известных α_{a1d} и α_{a2d} остальные параметры рассчитывают: α_{a1c} , α_{a2c} , ν_{1d} , ν_{2d} , ν_{1c} , ν_{2c} по формулам (2) и (4), α_d и α_c – по (5), α_{p1c} , α_{p2c} , α_{p1d} , α_{p2d} – по формулам (2), (8) и (10).

При заданном модуле на начальной окружности m_w межосевое расстояние:

$$a_w = (z_1 + z_2) m_w / 2. \quad (11)$$

При заданном a_w рассчитывают модуль на начальной окружности m_w :

$$m_w = 2a_w / (z_1 + z_2). \quad (12)$$

Начальные диаметры

$$d_{w1} = m_w z_1; \quad d_{w2} = m_w z_2. \quad (13)$$

Основные диаметры

$$\begin{aligned} d_{b1d} &= d_{w1} \cos \alpha_{wd}; & d_{b2d} &= d_{w2} \cos \alpha_{wd}; \\ d_{b1c} &= d_{w1} \cos \alpha_c; & d_{b2c} &= d_{w2} \cos \alpha_c. \end{aligned} \quad (14)$$

Толщина зуба на начальном диаметре

$$\begin{aligned} S_{w1} &= d_{w1} (\text{inv } \nu_{1d} + \text{inv } \nu_{1c} - \text{inv } \alpha_{dw} - \text{inv } \alpha_{wc}) / 2; \\ S_{w2} &= d_{w2} (\text{inv } \nu_{2d} + \text{inv } \nu_{2c} - \text{inv } \alpha_{dw} - \text{inv } \alpha_{wc}) / 2. \end{aligned} \quad (15)$$

Если для данной пары колес нет блокирующего контура, необходимо принять в качестве исходных данных угол давления α_{wd} или коэффициент перекрытия ε_{ad} для рабочей стороны, а также назначить коэффициент $C_S = S_{w1}/S_{w2}$. Для предварительного расчета можно принять $C_S = u^{0,5}$ и уточнить S_{w1} и S_{w2} при оптимизации параметров производящей рейки (или реек). Тогда толщина зуба на начальном диаметре будет равна

$$S_{w1}=\pi m_w G_s/(C_S+1); \quad S_{w2}=\pi m_w/(C_S+1). \quad (16)$$

Если в качестве исходных данных выбран угол давления α_d , тогда углы ν_{1d} , ν_{2d} , ν_{1c} , ν_{2c} можно рассчитать по (2) и (15) углы α_{a1d} и α_{a2d} – по (4). Если выбрано ε_{ad} , углы α_d , α_c , ν_{1d} , ν_{2d} , ν_{1c} , ν_{2c} , α_{a1d} , α_{a2d} , α_{a1c} , α_{a2c} рассчитывают, решая совместно (2), (4), (6) и (15).

Производящая рейка формирует активную часть профиля зуба без подреза и с приемлемым радиальным зазором между окружностью впадин и окружностью вершин сопряженного колеса. Кроме того, форма переходной кривой должна обеспечивать необходимую изломную прочность и жесткость зубьев.

Величина углов профиля рейки α_{od} и α_{oc} и форма скругления вершины зуба являются предметами оптимизации. Цель оптимизации – обеспечить минимизацию изгибных напряжений и необходимую жесткость зубьев под нагрузкой.

Параметры производящей рейки для шестерни и колеса оптимизируются независимо и, как правило, они различны. В отдельных случаях возможно применение унифицированной производящей рейки, хотя это может привести к увеличению изгибных напряжений для одного из сопряженных колес. Чтобы оценить возможность применения унифицированной производящей рейки, рекомендуется сравнить изгибные напряжения, полученные при использовании унифицированной и индивидуальных для шестерни и колеса реек. Оптимизация производится с помощью процедуры, описанной ранее.

Методика сравнительного анализа. Расчеты на прочность передач с симметричными зубьями проводились по программе *GearPair* [14]. Определение расчетных напряжений по программе производится в соответствии с основными положениями стандарта ГОСТ 21354 расчета на прочность цилиндрических зубчатых передач. Допускаемые напряжения рассчитываются по пределам контактной выносливости σ_{Hlim} и выносливости при изгибе σ_{Flim} , данные о которых для основных полимерных материалов в зависимости от числа циклов перемены напряжений N_H и температуры боковой поверхности зуба t_H и ножки зуба t_F приведены в нормативном материале VDI 2545 [15].

Для оценки достоверности расчетов по программе *GearPair* параллельно проводились сравнительные расчеты на прочность по программе *KISSoft**).

Кроме того, по программе *GearPair* были проведены предварительные расчеты реальных передач с пластмассовыми зубчатыми колесами, данные о которых имеются в технической литературе [16-18].

Расчет прочности колес с асимметричными зубьями произведен А.Л. Капелевичем по программе *Direct Gear Design*. При этом, для получения максимально возможного выигрыша от использования асимметричных профилей зубьев были реализованы условия получения максимально возможного коэффициента перекрытия за счет допущения подреза нерабочей части профиля зуба при условии примерно равной прочности при изгибе зубьев шестерни и колеса.

* Расчеты проведены В.В. Супиним.

Результаты расчета и их анализ. Первоначально были проведены расчеты реальных приводов по исходным данным из различных источников [15-18]. Результаты расчета по программе *GearPair* представлены в таблицах 2-4.

Таблица 2 – Примеры расчета на прочность зубчатых передач с пластмассовыми колесами по программе GearPair (исходные данные – из источника [15])

Параметры	Значение параметра для примера							
	Пример 1		Пример 2		Пример 3		Пример 4	
	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Модуль нормальный, m_n , мм	2		6		1		1	
Число зубьев, z	57	66	22	73	16	44	28	105
Коэффициент смещения, x	0	0	0,195	0,280	0	0	0	0
Рабочая ширина венца, b_{w2} , мм	13		73,4		7		5,5	
Межосевое расстояние, a_{w2} , мм	123,0		287,459		30		66,5	
Характеристика передачи	Частично открытая		Закрытая		Частично открытая		Частично открытая	
Характер смазывания (смазочный материал)	Консистентная смазка		Окунанием, жидкая смазка		Консистентная смазка		Консистентная смазка	
Материал зубчатых колес	Полиамид ПА6 с/н		Полиамид ПА6 с/н		Полиацеталь		Полиацеталь	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Передаваемая мощность, $P_{дв}$, кВт	0,74		6,78		0,007		0,008	
Крутящий момент T , Нм	10,1	11,7	195	647,4	0,35	0,96	0,4	1,5
Частота вращения, n , мин ⁻¹	700	605	332	100	190	70	190	50
Окружная сила, F_t , Н	177,1		2954,5		44,0		28,7	
Окружная скорость, V_b , м/с	4,178		2,295		0,159		0,279	
Температура ножки зуба, T_F , °C	28	28	36	27	42	45	44	41
Температура боковой поверхности зуба, T_H , °C	45	42	108	47	76	53	53	44
Расчетный модуль упругости, E , МПа	2970	3108	842	2878	1938	2555	2555	2794
Требуемый ресурс, L_h , ч	2380		1000		1000		8770 (~10 ⁸ циклов)	
Выполнение условий $\sigma_H < \sigma_{HP}$	шестерня	14,4 < 29,4	13,5 < 37,7		21,9 < 39,4		13,8 < 28,9	
	колесо	14,4 < 30,3	13,5 < 51,6		21,9 < 48,7		13,8 < 36,7	
Выполнение условий $\sigma_F < \sigma_{FP}$	шестерня	18,2 < 24,4	20,9 < 33,8		21,4 < 32,5		12,9 < 28,7	
	колесо	18,1 < 24,5	19,4 < 38,4		18,8 < 35,9		11,8 < 30,7	

Примечание: Температура ножки зуба t_F и температура боковой поверхности зуба t_H рассчитана по формулам работы [15].

Таблица 3 – Примеры расчета на прочность зубчатых передач с пластмассовыми колесами по программе *GearPair* (исходные данные – из источника [16]: $m=2,5\text{ мм}$; $a_n=75\text{ мм}$; $b_n=12\text{ мм}$; материал – полиацеталь, $E=2900\text{ МПа}$; $P=1,0\text{ кВт}$; $T_1=6,4\text{ Н·м}$; $n=1500$; $L_k=1104$; $t_H=t_F=40^\circ\text{C}$, тип смазывания – окунанием, смазочный материал – масло "индустриальное")

Параметры	Значение параметра для примера					
	Пример 1		Пример 2		Пример 3	
	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо
Число зубьев, z	24	36	22	34	23	34
Коэффициент смещения, x	0	0	1,07	1,085	-0,2	1,461
Коэффициент перекрытия, ε_α	1,647		1,078		1,349	
Окружная сила, F_t , Н	216,5		236,4		226,1	
Окружная скорость, V_b , м/с	4,7		4,3		4,5	
Выполнение условий $\sigma_H < \sigma_{H\text{пр}}$	шестерня	22,7 < 41,1	28,1 < 41,1	24,7 < 41,1		
	колесо	22,7 < 43,7	28,1 < 43,7	24,7 < 43,7		
Выполнение условий $\sigma_F < \sigma_{F\text{пр}}$	шестерня	22,9 < 30,5	25,9 < 30,5	29,4 < 30,5		
	колесо	21,8 < 31,3	29,2 < 31,3	22,2 < 31,3		

Примечание: Коэффициент безопасности $S_{H\text{пр}}=1,5$; $S_{F\text{пр}}=1,8$.

Таблица 4 – Примеры расчета на прочность зубчатых передач с пластмассовыми колесами по программе *GearPair* (исходные данные – из источников [17, 18])

Параметры	Значение параметра для примера					
	Пример 1		Пример 2		Пример 3	
	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо
Модуль нормальный, m_n , мм	0,8		1,0		1,5	
Число зубьев, z	17	68	22	43	43	61
Коэффициент смещения, x	0	-0,224	0	0	0	0
Рабочая ширина венца, b_w , мм	6,0		7,5		7,5	
Межосевое расстояние, a_w , мм	36,0		32,5		78,0	
Характеристика передачи	Частично открытая		Открытая		Открытая	
Характер смазывания (смазочный материал)	Консистентная смазка		Несмазываемая		Несмазываемая	
Материал зубчатых колес	Полиамид ПА6	Полиамид ПА6	Полиацеталь	Полиамид ПА6	Полиацеталь	Полиацеталь
Передаваемая мощность, $P_{\text{ов}}$, Вт	47		60		66	
Крутящий момент T , Нмм	150	600	528	1032	1290	1830
Частота вращения, n , мин ⁻¹	3000	750	2120	1085	490	345
Окружная сила, F_t , Н	20,7		48		40	
Окружная скорость, V_b , м/с	2,27		1,25		1,16	
Температура ножки зуба, t_F , °C	28,6		30,3		31,5	
Температура боковой поверхности зуба, t_H , °C	73,5		62,9		42,0	
Расчетный модуль упругости, E , МПа	2030		2070	3150	2250	
Требуемый ресурс, L_h	55		80		350	
Выполнение условий $\sigma_H < \sigma_{H\text{пр}}$	шестерня	11,7 < 40,3	18,4 < 31,2		12,4 < 24,5	
	колесо	11,7 < 49,9	18,4 < 35,9		12,4 < 25,9	
Выполнение условий $\sigma_F < \sigma_{F\text{пр}}$	шестерня	9,4 < 30,3	20,7 < 20,6		9,9 < 21,9	
	колесо	10,1 < 35,7	12,2 < 21,8		9,7 < 22,5	

Примечание: Температура ножки зуба t_H и температура боковой поверхности зуба t_F приняты по данным первоисточника.

Из приведенных результатов сравнения действующих и допускаемых напряжений видно, что выполняются оба условия прочности $\sigma_H < \sigma_{H\text{пр}}$ и $\sigma_F < \sigma_{F\text{пр}}$. Таким образом, можно утверждать, что концентрация, принятая при формировании автоматизированной программы *GearPair* проектирования передач с пластмассовыми зубчатыми колесами, апробированная на расчетах реальных приводов, достаточно адекватно отражает соотношение между действующими (расчетными) и допускаемыми напряжениями.

Затем были проведены сравнительные расчеты передач с симметричными (по программе *GearPair*) и асимметричными (по программе *Direct Gear Design*) зубьями (таблицы 5 и 6).

Таблица 5 – Геометрические параметры передач с симметричным профилем зуба ($P_{\text{ов}}=180\text{ Вт}$; $n_{\text{ов}}=12000\text{ мин}^{-1}$)

Параметры	Значение параметра для передачи					
	1		2		3	
	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо
Модуль m , мм	0,8		1,0		1,5	
Число зубьев z	13	50	13	65	11	57
Коэффициент смещения x	0,4	0	0,7	-0,15	0,45	-0,45
Межосевое расстояние a_w , мм	25,50649		39,52454		51,0	
Ширина венца b_w , мм	15		14		21	
Передаточное отношение i	3,846154		5,0		5,181818	
Начальный диаметр d_w , мм	10,5265	40,4865	13,1748	65,8742	16,50	85,50
Угол зацепления α_w , °	21,813		21,9942		20	
Коэффициент перекрытия, ε_α	1,435		1,343		1,447	
Диаметр окружности вершин d_a , мм	12,613	41,573	16,349	66,649	20,85	87,15
Диаметр окружности впадин d_f , мм	9,040	38,0	11,9	62,2	14,1	80,4
Высота зуба h , мм	1,7865	1,7865	2,2245	2,2245	3,375	3,375
Коэффициент высоты зуба h^* , мм	2,233	2,233	2,2245	2,2245	2,25	2,25
Основной диаметр d_b , мм	9,7728	37,5877	12,2160	61,080	15,5049	80,3437
Толщина зуба на окружности вершин S_a , мм	0,335	0,633	0,203	0,829	0,432	1,247
Толщина зуба на начальном диаметре S_w , мм	1,459	1,084	2,041	1,143	2,848	1,865
Коэффициент $C_S=S_{w1}/S_{w2}$	1,35		1,79		1,53	
Размер по роликам M , мм	12,836	42,156	17,786	69,233	22,368	90,029
Диаметр измерительного ролика D , мм	1,441		2,311		3,177	

Таблица 6 – Геометрические параметры передач с асимметричным профилем зуба ($P_{06}=180\text{Вт}$; $n_{06}=12000\text{мин}^{-1}$)

Параметры	Значение параметра для передачи					
	1		2		3	
	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо
Число зубьев z	13	50	13	65	11	57
Межосевое расстояние a_{w2} , мм	25,50649		39,52454		51,0	
Ширина венца b_{w2} , мм	15		14		21	
Передаточное отношение i	3,846154		5,0		5,181818	
Модуль на окружности обката m_{w2} , мм	0,80973		1,01345		1,500	
Диаметр окружности обката d_{w2} , мм	10,526	40,485	13,176	65,878	16,500	85,500
Рабочий угол зацепления α_{wd} , °	23		23		25	
Нерабочий угол зацепления α_{ws2} , °	15		15		16	
Рабочий коэффициент перекрытия ϵ_{ad}	1,695		1,791		1,723	
Нерабочий коэффициент перекрытия ϵ_{ac}	1,387 (с учетом подреза)		1,474 (с учетом подреза)		1,342	
Диаметр окружности вершин зубьев d_a , мм	12,885	42,194	16,440	67,972	21,257	88,658
Диаметр окружности впадин d_f , мм	8,718	38,003	10,984	62,488	13,229	80,603
Высота зуба h , мм	2,084	2,073	2,728	2,742	4,014	4,028
Коэффициент высоты зуба h^* , мм	2,6044	2,5913	2,728	2,742	2,676	2,685
Рабочий основной диаметр d_{bd} , мм	9,689	37,267	12,128	60,641	14,954	77,489
Нерабочий основной диаметр d_{bc2} , мм	10,167	39,106	12,7266	63,6328	15,861	82,188
Рабочий диаметр граничных точек, мм	9,690	39,021	12,1376	63,8253	14,957	82,427
Нерабочий диаметр граничных точек, мм	10,210	39,483	12,7827	64,4448	15,970	83,386
Толщина зуба на окружности обката S_w , мм	1,546	0,998	2,0668	1,1172	3,087	1,625
Коэффициент $C_S=S_{w1}/S_{w2}$	1,55		1,85		1,90	
Толщина зуба на окружности вершин зубьев S_a , мм	0,32	0,32	0,30	0,30	0,30	0,30
Радиус при вершине зуба R_a , мм	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
Размер по роликам M_p , мм	14,580	45,362	19,497	73,68354	24,942	95,891
Диаметр измерительного ролика D_p , мм	1,441		2,311		3,177	

Анализ данных, приведенных в таблицах 5, 6, показывает, что повышенная несущая способность передач с асимметричными зубьями достигается благодаря более высоким значениям угла зацепления ($\alpha_{wd}=23^\circ$ и 25° по сравнению с $\alpha_w \approx 21,8^\circ$ и $\sim 22^\circ$ для симметричных зубьев); повышенным коэффициентам перекрытия ($\epsilon_{ad} \approx 1,34 \dots 1,45$ для симметричных зубьев и $\epsilon_{ad} \approx 1,7 \dots 1,8$ для асимметричных зубьев); за счет рационального соотношения толщины зубьев шестерни и колеса ($c_s \sim 1,55 \dots 1,9$ для асимметричных зубьев против $c_s \sim 1,35 \dots 1,79$ для симметричных) выравнивается их несущая способность; гарантированно исключается заострение зубьев, так как коэффициент $m_{a1,2}$ задается изначально; за счет приемлемой, с точки зрения прочности, величины подреза нерабочего профиля зуба достигается возможность улучшения в целом основных геометрических параметров передачи.

Снижение концентрации напряжений у корня зуба, определяемой переходной кривой, достигается оптимизацией ее формы по процедуре, описанной ранее, причем в целом указанные преимущества асимметричных зубьев в сочетании с оптимизацией формы переходной кривой приводят к существенному снижению действующих напряжений изгиба и возможности спроектировать практически равнопрочную пару зубчатых колес (таблица 7).

Таблица 7 – Сравнительные данные о прочности пластмассовых зубчатых колес с симметричным и асимметричным профилем зубьев (материал зубчатых колес – полиамид стеклонаполненный ПА6+30% СВ, требуемый ресурс – $L_H=500\text{ч}$)

Наименование и обозначение параметра	Численное значение параметра для ступени редуктора					
	1		2		3	
	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо
Нормальный модуль, m_n , мм	0,8		1,0		1,5	
Число зубьев z	13	50	13	65	11	57
Начальный диаметр d_w , мм	10,526	40,487	13,175	65,874	16,5	85,5
Рабочая ширина венца b_{w2} , мм	15		14		21	
Частота вращения, n , мин^{-1}	12000	3112	3112	624	624	120
Крутящий момент, T , нм	0,140	0,539	0,539	2,695	2,695	13,965
Окружная сила, F_t , Н	26,9		82,9		326,5	
Окружная скорость, V_t , м/с	6,535		2,118		0,539	
Напряжение изгиба в опасном сечении, σ_F , МПа	σ_F^{*1}	8,8	9,2	18,8	24,05	33,0
	σ_F^{**2}	5,6	5,8	13,3	16,5	25,4
Снижение напряжений изгиба для зубчатых колес с асимметричным профилем, %	57,1	58,6	41,4	45,8	29,9	30,5

Примечание: *1 Расчет по программе GearPair; **2 Расчет по программе Direct Gear Design.

Вывод. Анализ литературных источников показывает, что эволюционные зубчатые передачи обладают определенным резервом несущей способности, который может быть реализован посредством выбора рациональ-

ных геометрических параметров зацепления, причем этот выбор может быть осуществлен как на этапе проектирования непосредственно передачи в параметрах, не связанных с исходным контуром, так и назначением соответствующих параметров исходного контура. Из результатов расчета прочности зубчатых передач по разным литературным источникам получено подтверждение достоверности расчетов передач с пластмассовыми зубчатыми колесами по программе *GearPair*. На примере трехступенчатого привода электромотора, который оснащен пластмассовыми зубчатыми колесами из стеклонаполненного полиамида, показана возможность существенного улучшения служебных свойств привода при использовании асимметричного профиля зуба.

Благодарность. Авторы выражают благодарность А.Л. Капелевичу за проведение прочностных расчетов зубчатых передач с асимметричными зубьями трех ступеней по расчетной программе Direct Gear Design и В.В. Супину за оценку прочности зубчатых передач с симметричными зубьями по расчетной программе KISSoft.

Список литературы: 1. Болотовский И.А., Васильева О.Ф., Котельников В.П. Эвольвентные зубчатые колеса с несимметричными зубьями // Вестник машиностроения. – 1984. – № 4. – С.15–17. 2. Андожский В.Д., Рогачевский Н.И. Эвольвентные зубчатые колеса с несимметричным профилем зубьев // Вестник машиностроения – 1988. – №10. – С.32–34. 3. Рогачевский Н.И. Размер по роликам (шарикам) зубчатых колес с несимметричным профилем зубьев // Машиноведение – 1983. – №5. – С.35–38. 4. Алипов О., Антонов С. Обобщен эволюционный контур в теории на эвольвентного зацепления // Механика на машините. – Варна, 2005. – №69. 5. Алипов О.Л. Геометрический расчет эвольвентных передач обобщенного исходного контура // Теория механизмов и машин – 2008. – Т.6. – №2. – С.60–73. 6. Вулгаков Э.Б., Ривкин Г.В. Проектирование зубчатых колес с несимметричным профилем зубьев // Машиноведение. – 1976. – №5. – С.35–39. 7. Вулгаков Э.Б., Ривкин Г.В. Обобщенная область существования эвольвентного зубчатого зацепления с несимметричным профилем зубьев // Машиноведение – 1980. – №1. – С.55–59. 8. Вулгаков Э.Б., Капелевич А.Л. Возможности несимметричных зубчатых передач // Вестник машиностроения – 1986. – №4. – С.14–16. 9. Капелевич А.Л. Синтез несимметричного эвольвентного зацепления // Машиноведение – 1987. – №1. – С.55–59. 10. Kapelevich A.L., Shekhtman Y.V. Direct Gear Design: Bending Stress Minimization, Gear Technology – September/October 2003. – P.44–47. 11. Kapelevich A. Gear Design: Breaking the status quo. Traditional gear design limits the performance of mechanical drives // Machine Design – 2007, May 10. – Pp.89–93. 12. Kapelevich A., Shekhtman Yu. Area of existence of involute gears // Proceedings of the 3rd International Conference "Power Transmissions'09". Editor: Athanassios Mihailidis. – Pallini Beach Hotel, Kallithea, Greece, 1–2 Oktober, 2009. – P.3–8. 13. Kapelevich A. Direct Design of Asymmetric Gears: Approach and Application // Proceedings of MPT 2009 – Sendai, May 13–15, 2009, Matsushima Isles Resort, Japan. – 5p. 14. Старжинский В.Е., Гоман А.М., Хиженко В.Ф., Петроковец Е.М. Зубчатые передачи с пластмассовыми колесами: программа автоматизированного проектирования // Вестник национального технического университета "ХПИ". Сборник научных трудов. – Харьков, 2009. – Т.20. – С.145–159. 15. VDI 2545. Zahnräder aus thermoplastischen Kunststoffen. 16. Старжинский В.Е. Теоретическое и экспериментальное исследование цилиндрической эвольвентной металлополимерной зубчатой передачи с литыми колесами из полиформальдегида: Автореф. дис... канд. техн. наук – Рига, 1967. 17. Krause W. Plastzahnäder. – Veb Verlag Technik, Berlin. 1985. – 159s. 18. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов / Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е.В. Шалобаева – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1998. – 538с.

Поступила в редколлегию 08.04.10

Я.А. СТЕЦЕНКО, асп. каф. ТМ и ТММ НАКУ "ХАИ", г. Харьков
А.Г. НАРЫЖНЫЙ, к.т.н., доц. каф. ТМ и ТММ НАКУ "ХАИ"

МОДЕЛИРОВАНИЕ СБОРКИ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Розглянуто моделювання зборки хвильової зубчастої передачі (ХЗП), зокрема деформація гнучкого колеса, генератора хвиль та взаємодія зубців гнучкого та жорсткого коліс. Поставлені задачі та запропонована методика дослідження процесу за допомогою скінчено-елементного аналізу. Приведені результати моделювання та висновки.

Modeling of harmonic drive gear assemble is considered, specifically flexible spline and wave generator deformation and interaction of flexible and circular splines' teeth. Tasks are assigned and a method is proposed to examine the process with the help of finite-element analysis. The results of modeling and conclusions are adduced.

Введение. Волновые зубчатые передачи (ВЗП) широко применяют в различных областях аэрокосмической техники. Это связано с преимуществами, которые получают благодаря таким механизмам. Объекты аэрокосмической техники часто работают в критических условиях, что выдвигает высокие требования в отношении их нагрузочной способности, КПД, точности передачи движения и долговечности элементов этих систем. Как известно, при своей компактности и малом весе ВЗП позволяют получить большое передаточное отношение, обеспечить высокую точность позиционирования и увеличить срок службы механизма. ВЗП применяют в приводах управления механизацией крыла, в механизмах движения солнечных батарей ИСЗ, в орбитальных телескопах, системах позиционирования наземных устройств (пусковые ракетные установки, тяжелые антенны, телескопы) и др. ВЗП были применены в ходовой части Лунохода и далее применяются в планетоходах.

В современных условиях актуальной является задача моделирования процессов, происходящих в ВЗП, в частности, моделирование ее сборки, нормального и предельного режимов работы с целью выявления критических напряжений в деталях передачи и анализа процессов их взаимодействия. В дальнейшем это позволит улучшить методики сборки ВЗП, оптимизировать ее параметры, а также уточнить способы расчета передачи.

Формулирование задачи. Процесс сборки ВЗП позволяет привести отдельные части передачи в рабочее состояние и получить функционирующий механизм. Отличительной чертой процесса является то, что гибкое колесо подвергается начальной деформации и после сборки приобретает начальные напряжения. То же самое касается генератора волн. Моделирование сборки позволяет выявить наиболее критические и важные явления с точки зрения точности и работоспособности передачи, а также проанализировать их и устранить